FACULDADE ENGENHARIA
Departamento de Engenharia Electromecânica

Homework 09
(Realimentação de Estado e Estimação de Estado)

Felippe de Souza

1) Verificar que o sistema abaixo **não é estável**, pois possui polos no SPD, mas é **controlável**, logo é possível se fazer uma **realimentação de estado** com polos escolhidos arbitrariamente. Projetar uma realimentação de estado com os polos (no SPE), dados abaixo em λ_R, de forma a estabilizar o sistema.

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 0 & 4 & -1 \end{bmatrix} x \end{cases} \qquad \lambda_R = \{-3, -4, -5\}$$

2) Faça a verificação se **realimentação de estado** que foi projetada no Exercício anterior de facto leva o sistema realimentado a ter os polos λ_R desejados. Ou seja, verificar se os autovalores de $(A + b \cdot k)$ para k calculado na realimentação que foi projetada são os elementos do conjunto λ_R.

3) Verifique que o sistema do Exercício 1 também é **observável**, logo é possível construir um **estimador assintótico** para o estado com polos escolhidos arbitrariamente. Projete um estimador com polos dados por λ_E abaixo para implementar a **realimentação de estado** que foi projetada no Exercício 1.

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 0 & 4 & -1 \end{bmatrix} x \end{cases} \qquad \lambda_E = \{-3, \quad -4 \pm j\}$$

Prof. Felippe de Souza

FACULDADE ENGENHARIA
Departamento de Engenharia Electromecânica

Homework 09
(Realimentação de Estado e Estimação de Estado)

Felippe de Souza

4) Faça a verificação se o **estimador assintótico** que foi projetado no Exercício anterior de facto leva o sistema a ter os polos λ_E desejados. Isto é, verificar se os autovalores de $(A - \ell \cdot c)$, usando ℓ calculado para o estimador que foi projetado no Exercício 3 acima, são os elementos do conjunto λ_E.

5) Verificar que o sistema abaixo possui polos no SPD e portanto, **não é estável**, mas entretanto ele é **controlável**. Para estabilizar o sistema, projetar uma **realimentação de estado** com os polos $-1 \pm j$ e -2 (duplo).

$$\dot{x} = \overbrace{\begin{bmatrix} -0{,}2 & -0{,}15 & 0{,}65 & 0{,}2 \\ 57{,}6 & 10{,}2 & 81{,}8 & -74{,}6 \\ -54{,}4 & -9{,}8 & -80{,}2 & 73{,}4 \\ -55{,}2 & -9{,}4 & -78{,}6 & 73{,}2 \end{bmatrix}}^{A} x + \overbrace{\begin{bmatrix} -2{,}2 \\ 0 \\ 0{,}5 \\ 1{,}2 \end{bmatrix}}^{b} u$$

6) Faça a verificação se o vetor k encontrado para **realimentação de estado** projetada no Exercício anterior de facto leva o sistema realimentado $(A + b \cdot k)$ a ter os polos desejados.

7) Agora verifique que o sistema do Exercício 5 com a saída (observação) $y(t)$ dada abaixo também é **observável**. Construir um **estimador assintótico** com polos -2, -3 e $-3 \pm 2j$ para implementar a **realimentação de estado** que foi projetada no exercício anterior para este sistema.

$$y = \overbrace{\begin{bmatrix} 2{,}3 & 5{,}2 & 0 & -2{,}4 \end{bmatrix}}^{c} x$$

Prof. Felippe de Souza

FACULDADE ENGENHARIA
Departamento de Engenharia Electromecânica

Homework 09
(Realimentação de Estado e Estimação de Estado)

Felippe de Souza

8) Faça a verificação se o vetor ℓ encontrado no Exercício anterior de facto leva o estimador $(A - \ell \cdot c)$ a ter os polos desejados.

9) Para o sistema do Exercício 2 do Homework 8, ou seja

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ \alpha & 1 \end{bmatrix} x + \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x \end{cases}$$

considerando $\alpha = 0$, $\alpha = 1$, $\alpha = 2$, $\alpha = 3$ e $\alpha = 4$, implementar um estimador assintótico de estado com polos $s = -2{,}5$ e $s = -4$ obtendo ℓ para cada um dos casos.

$$\ell = \begin{pmatrix} \ell_1 \\ \ell_2 \end{pmatrix}$$

Solução:

para $\alpha = 0 \Rightarrow \ell_1 = 12{,}5$ e $\ell_2 = -17{,}5$;
para $\alpha = 1 \Rightarrow \ell_1 = 12{,}5$ e $\ell_2 = -16{,}5$;
para $\alpha = 2 \Rightarrow \ell_1 = 12{,}5$ e $\ell_2 = -15{,}5$;
para $\alpha = 3 \Rightarrow \ell_1 = 12{,}5$ e $\ell_2 = -14{,}5$; e
para $\alpha = 4 \Rightarrow \ell_1 = 12{,}5$ e $\ell_2 = -13{,}5$.

10) Para o sistema do Exercício anterior, faça a verificação se o vetor ℓ encontrado leva de facto o estimador $(A - \ell \cdot c)$ a ter os polos desejados para cada valor α calculado.

11) Para o sistema do Exercício 9 acima, encontre uma expressão para $\ell = [\ell_1 \quad \ell_2]^T$ em função de α. Observe que o valor de ℓ_1 será sempre $\ell_1 = 12{,}5$ para $\forall\, \alpha$.

Prof. Felippe de Souza