Controlo de Sistemas

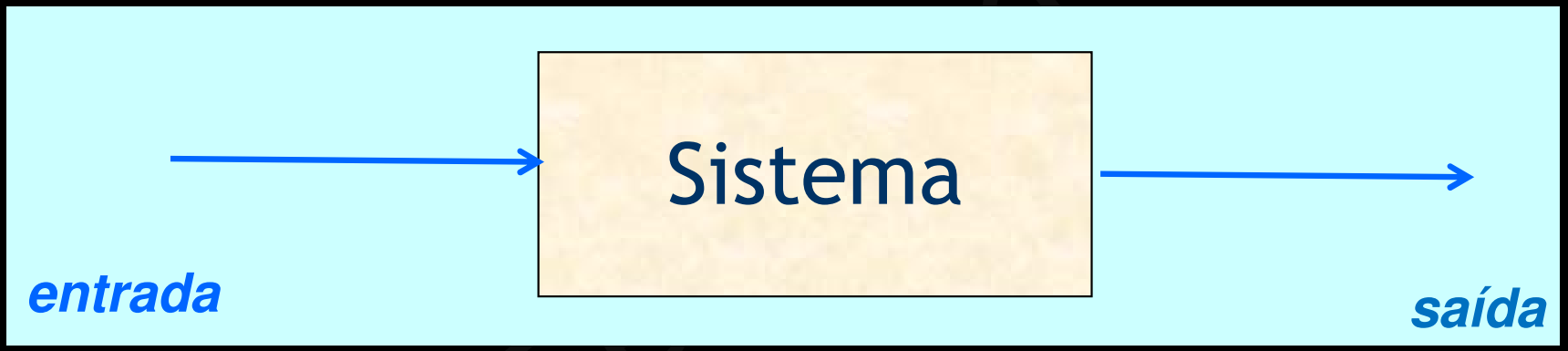
2
"Classificação de Sistemas"
(*Systems Classification*)

J. A. M. Felippe de Souza

Prof. Felippe de Souza

É comum se representar sistemas esquematicamente através de uma *caixa preta* (***black box***)

Caixa preta (***black box***) de um sistema e a ***entrada*** e a ***saída*** do mesmo.



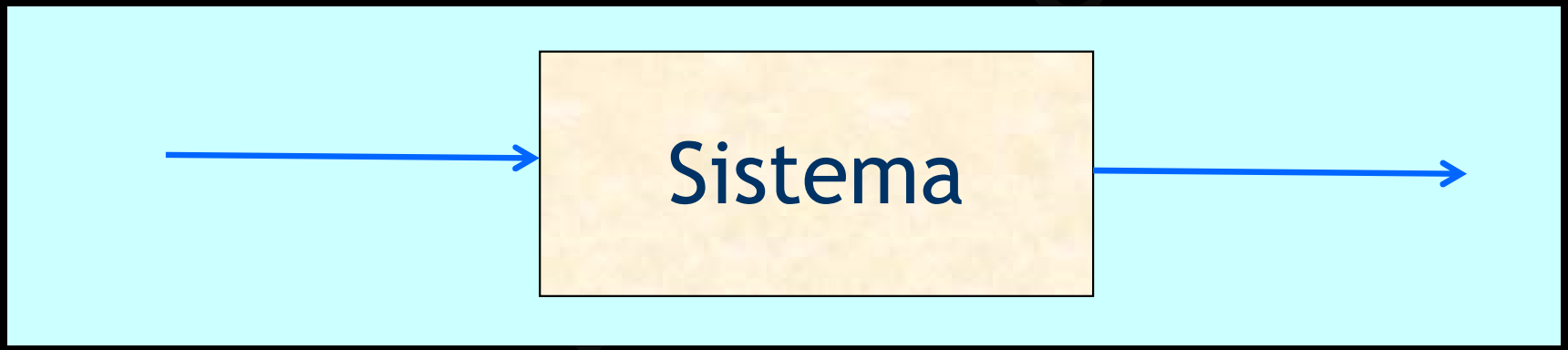
Outros nomes para *entrada* e *saída* ?

Prof. Fábio Souza

Outros nomes para *entrada* e *saída*?

A ***entrada*** de um sistema ("*input*") às vezes também é chamado de *o* '*controlo*' ou mesmo *a* '*excitação*' do sistema.

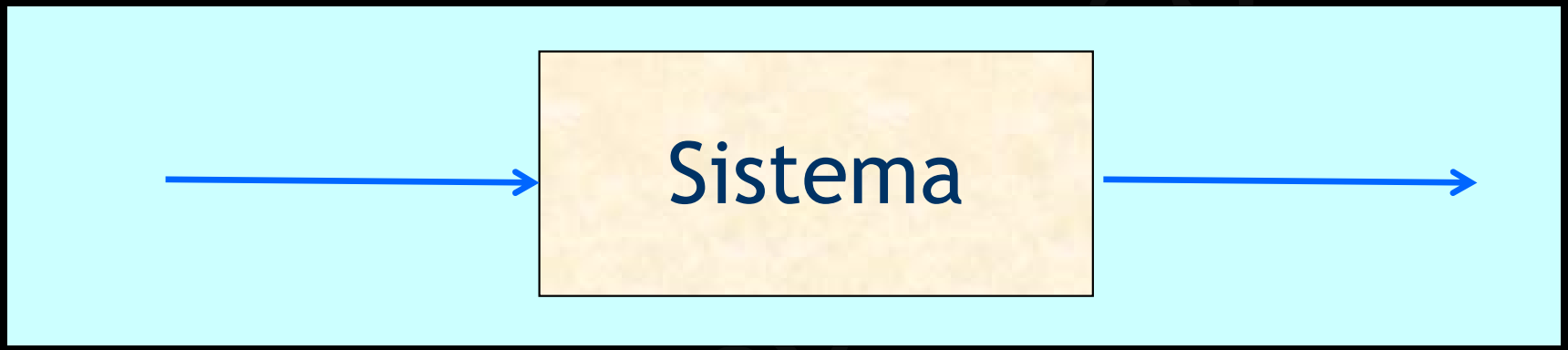
Por outro lado, a ***saída*** de um sistema ("*output*") às vezes também é chamado de *a* '*resposta*' ou a '*observação*' do sistema.



entrada
("*input*")
controlo
excitação

saída
("*output*")
resposta
observação

Prof. Ivan de Souza

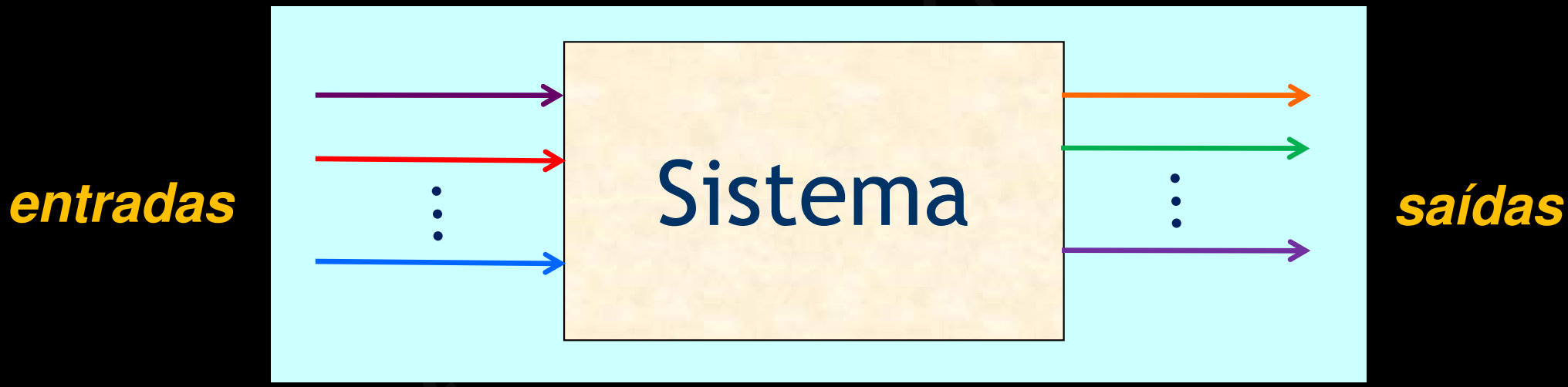


entrada
(“*input*”)
controlo
excitação

saída
(“*output*”)
resposta
observação

Prof. Felipe Souza

Na realidade muitos sistemas têm não apenas uma entrada e uma saída mas múltiplas ***entradas*** e/ou múltiplas ***saídas***.

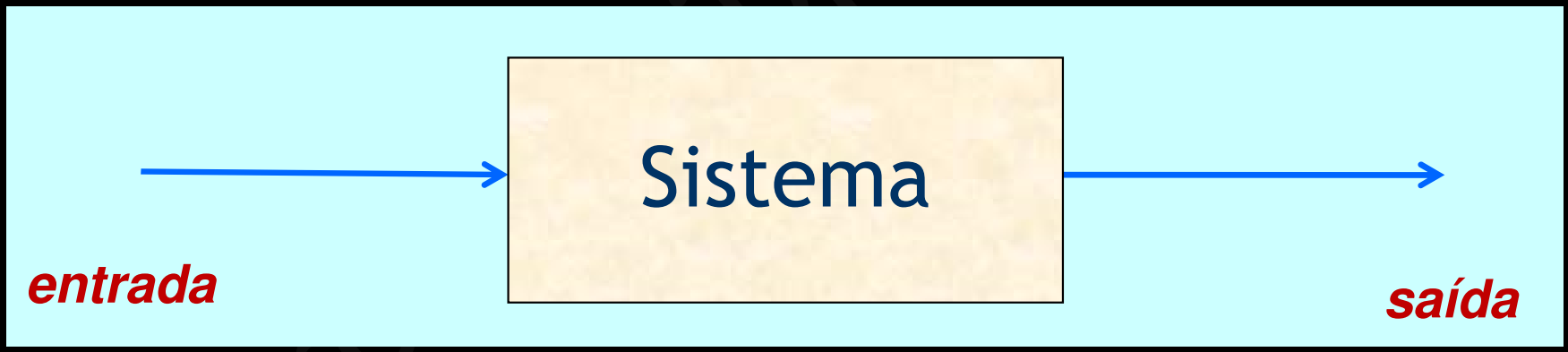


Caixa preta (***black box***) de um sistema com múltiplas ***entradas*** e/ou múltiplas ***saídas***

Prof. Rafael de Souza

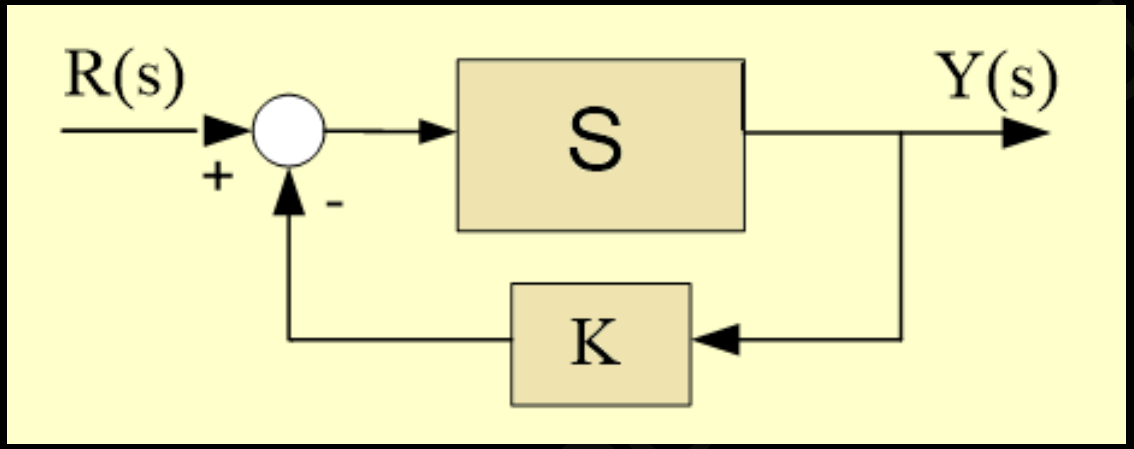
Existe uma forma de representar sistemas usando blocos e por isso chamada de "*diagrama de blocos*", que será visto no capítulo 5.

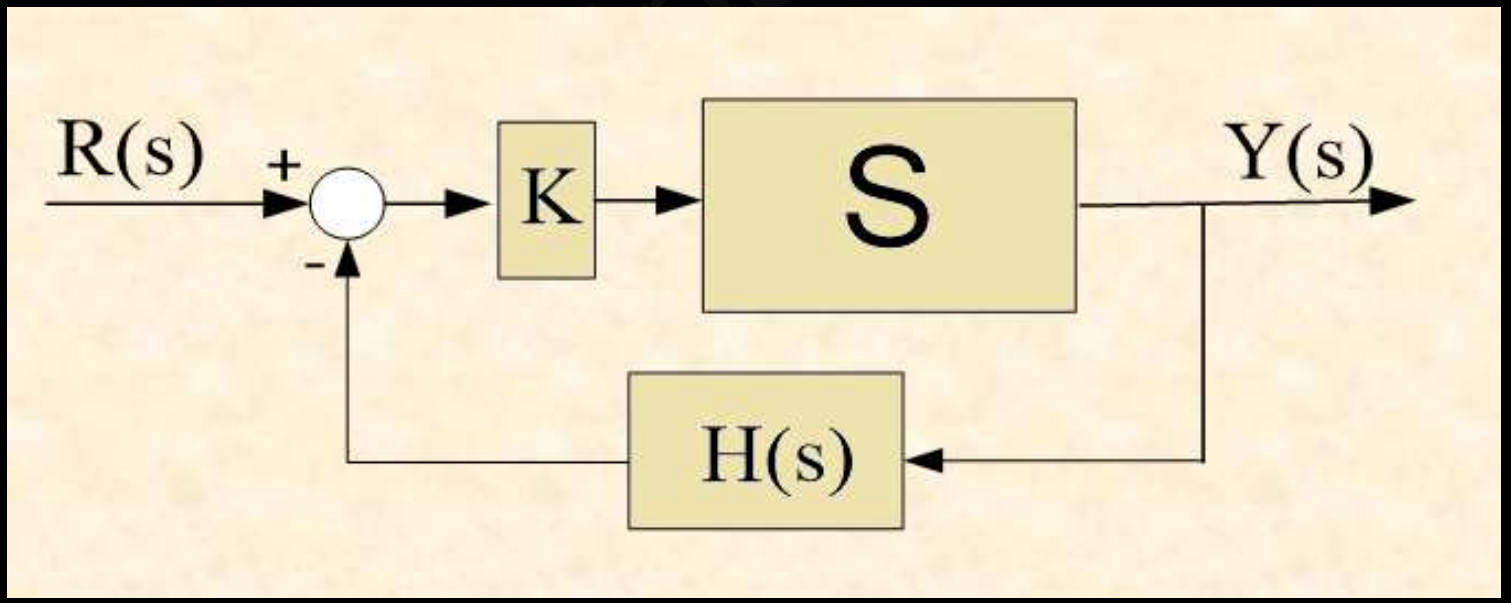
Na realidade a caixa preta (***black box***) é um *diagrama de blocos* com apenas um bloco.



Prof. Filipe de Souza

Outros exemplos de "*diagrama de blocos*".





Classificação de Sistemas

Prof. Felippe de Souza

Classificação de Sistemas

Natureza física

- elétricos;
- eletrónicos;
- mecânicos;
- eletromecânicos;
- térmicos;
- hidráulicos;
- ópticos;
- acústicos;
- químicos;
- informáticos;
- aeronáuticos;
- aeroespaciais;
- biológicos;
- biomédicos;
- económicos;
- sociológicos;
- socioeconómicos;
- etc.

a maioria dos sistemas complexos são combinações de vários subsistemas de naturezas diferentes

Prof. Felippe de Souza

Classificação de Sistemas

Natureza física

Equipamentos médicos numa sala de cirurgia, exemplos de ***sistemas*** desenvolvidos na engenharia biomédica ou bioengenharia.

Classificação de Sistemas

Natureza física

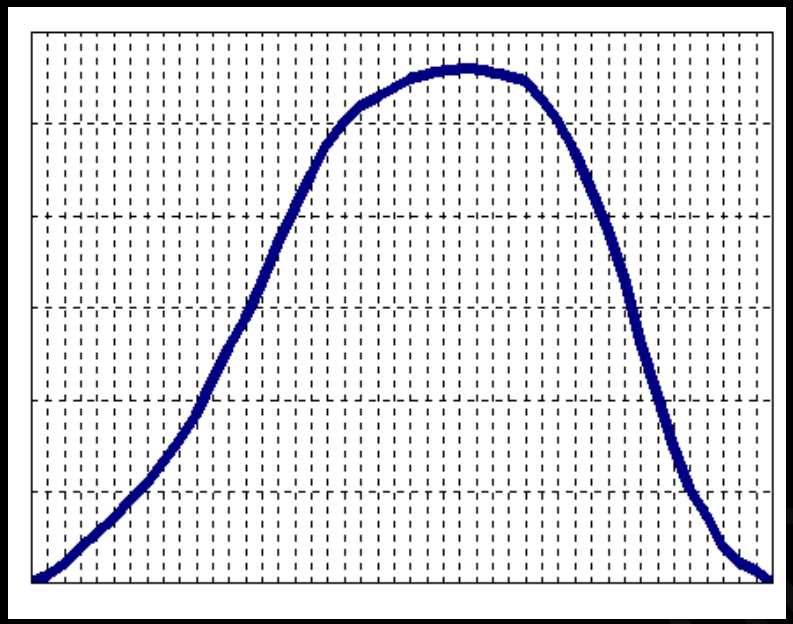
Portanto, no campo da saúde também encontramos muitos sistemas de bioengenharia, ou seja, sistemas biológicos e biomédicos em simultâneo com sistemas mecânicos, elétricos ou eletrónicos.

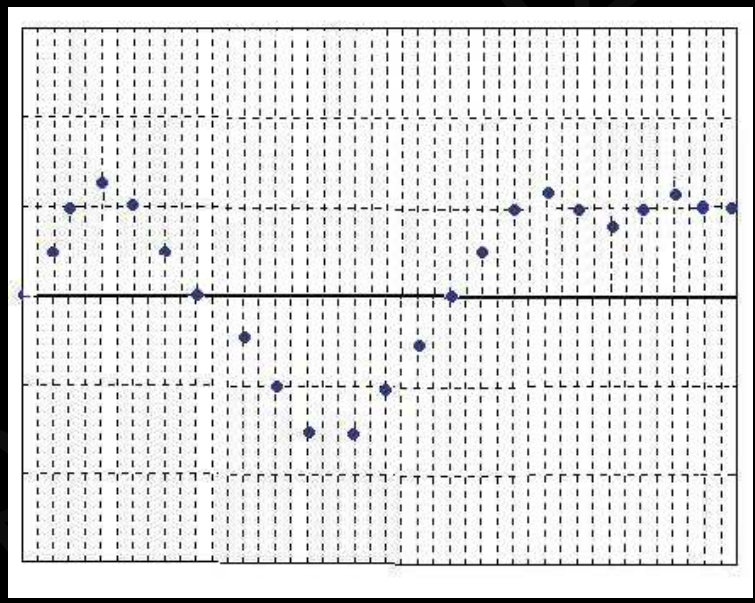
Um *membro artificial*, ou cada aparelho utilizados em cirurgias são alguns exemplos de sistemas biomédicos

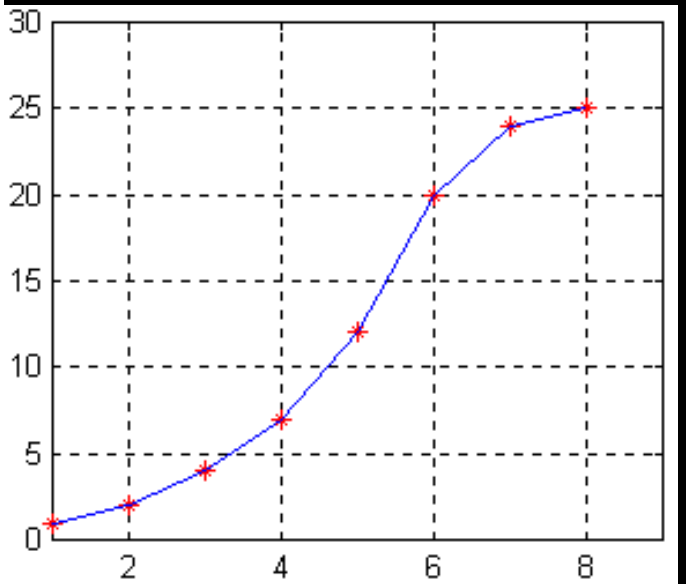
Classificação de Sistemas

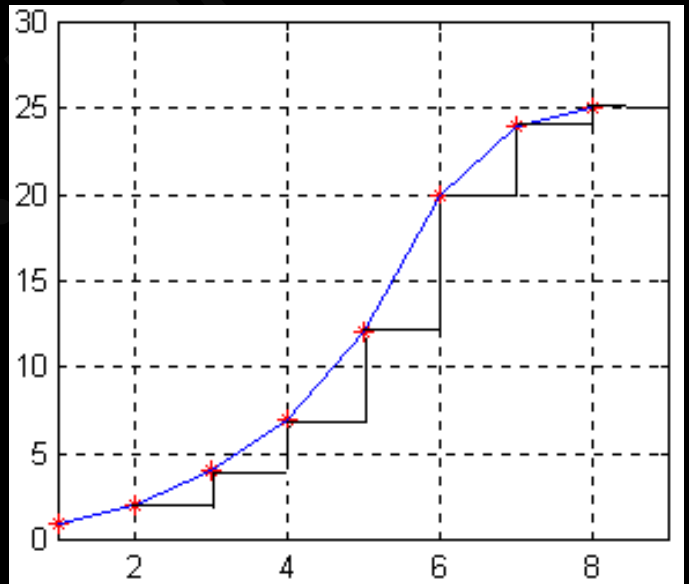
Continuidade no Tempo

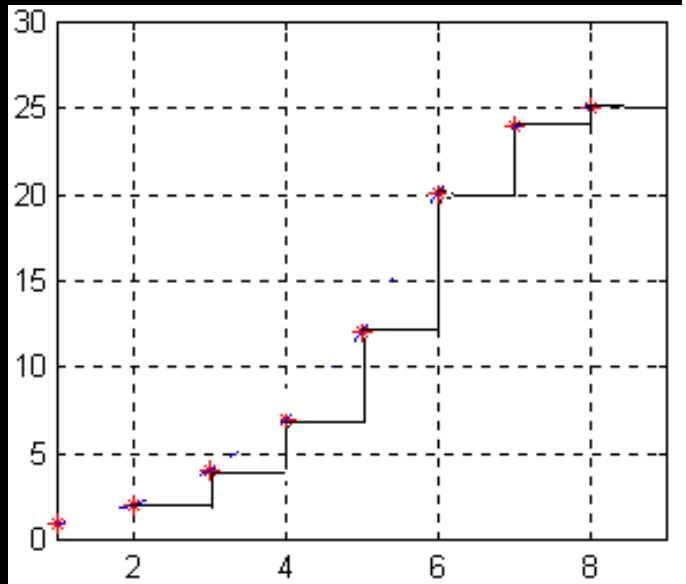
- contínuos
- discretos
- discretizados











Continuidade no Tempo

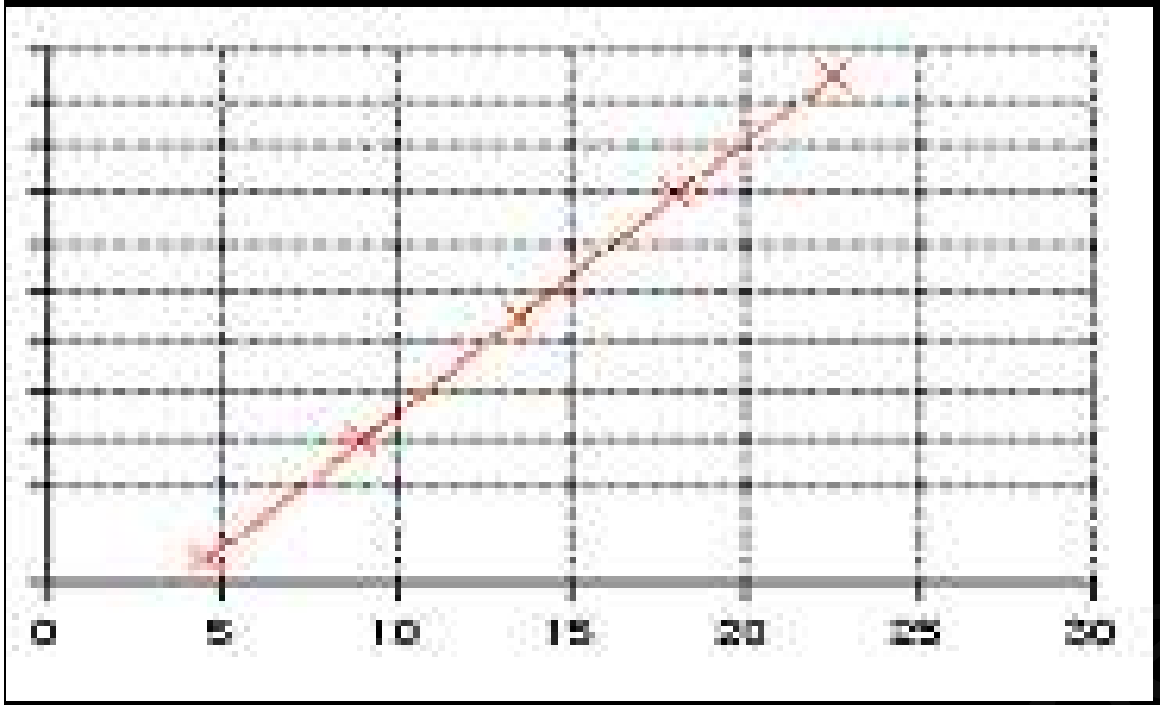
Quando o sistema que foi discretizado é armazenado em "*bits*" (sequências de "*zeros*" e "*uns*") então diz-se que o sistema foi digitalizado.

Isso é o caso *sistemas digitais de áudio (música em mp3) ou de vídeo*, e até mesmo *os exames de eletrocardiogramas e eletroencefalogramas* que são armazenados digitalmente no computador.

A *digitalização* não é o mesmo que a *discretização*. Normalmente são usados muitos "*bits*" para armazenar cada posição discreta.

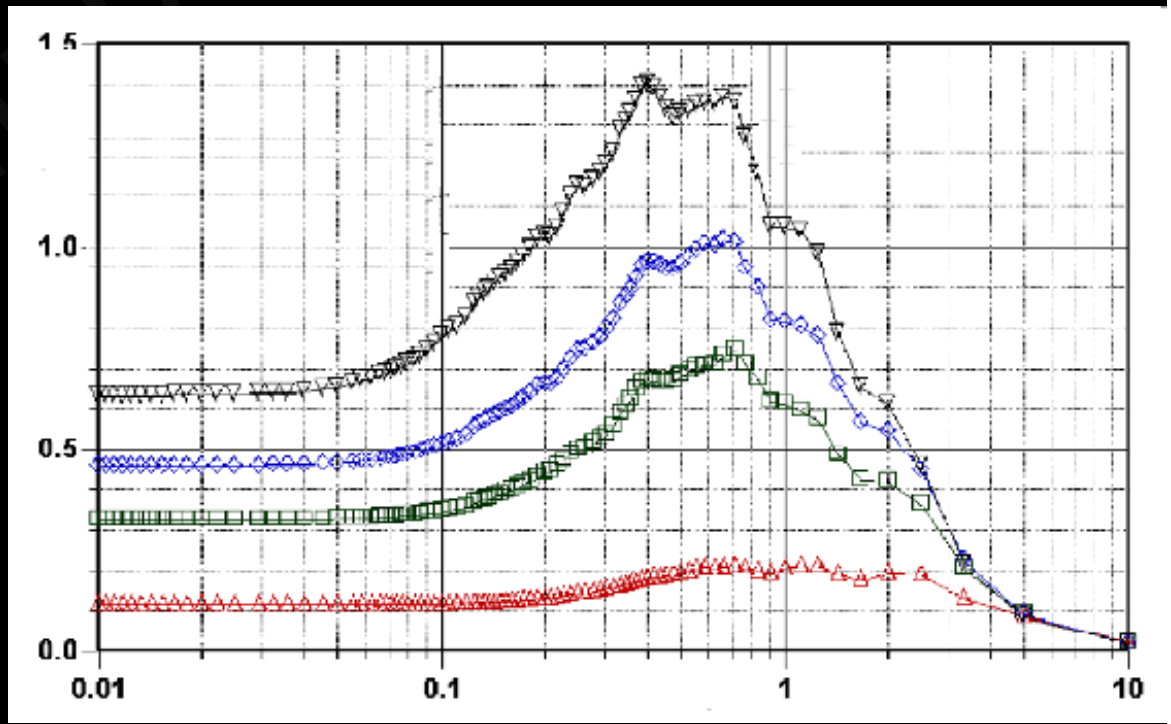
Prof. Felipe de Souza

Classificação de Sistemas



Linearidade

- lineares
- não lineares



Prof. Felipe de Souza

Linearidade

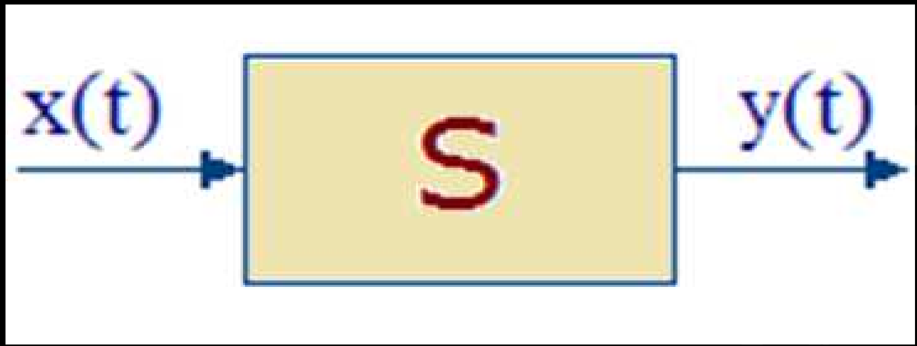
homogeneidade: quando a entrada x é multiplicada por um valor k; então a saída y fica também multiplicada por este mesmo valor k;

aditividade: quando a entrada é a soma de x_1 e x_2, que produzem individualmente as saídas y_1 e y_2 respectivamente; então a saída é a soma das saídas y_1 e y_2.

Prof. Felippe de Souza

Linearidade

caso contínuo



homogeneidade

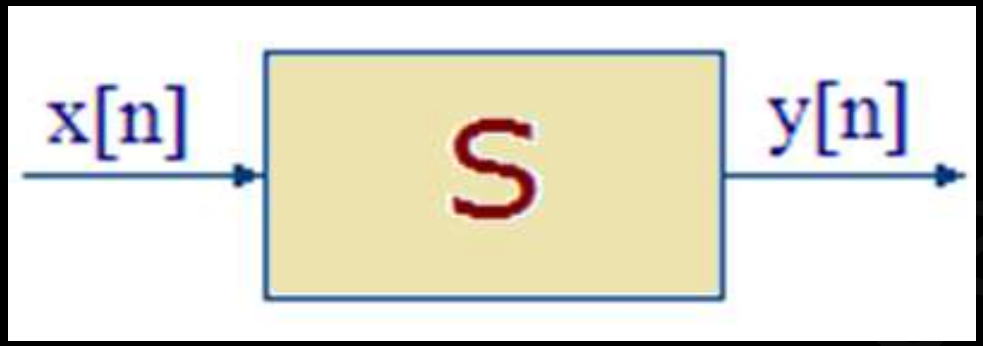
aditividade

Prof. Felipe de Souza

Classificação de Sistemas

Linearidade

caso discreto



homogeneidade

aditividade

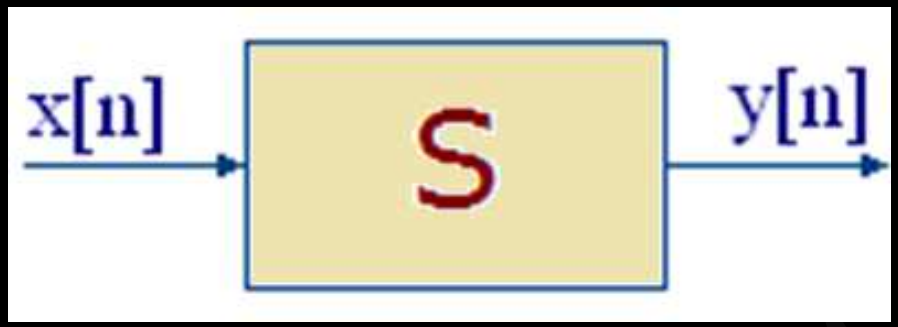
Prof. [illegible] de Souza

Modelização de Sistemas

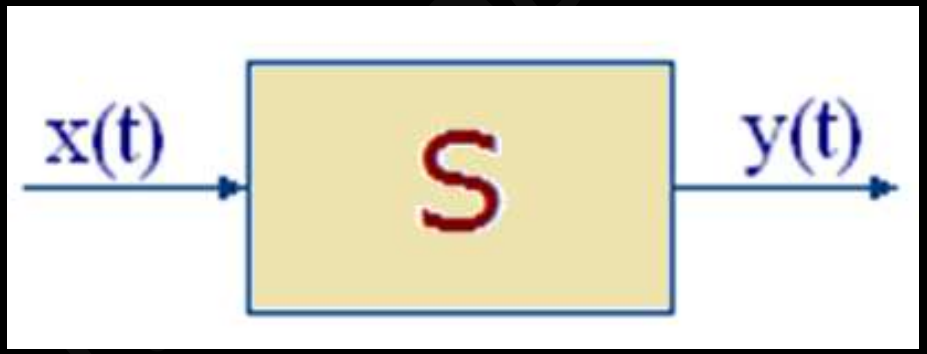
(Systems Modelling)

A criação de um modelo ou esquema para representar o sistema

Prof. Felippe de Souza



Caixa preta (***black box***) diagrama esquemático de um sistema caso discreto



Caixa preta (***black box***) diagrama esquemático de um sistema caso contínuo

Prof. Filipe de Souza

Modelização de Sistemas

A representação de sistemas pode ser de diversas formas diferentes:

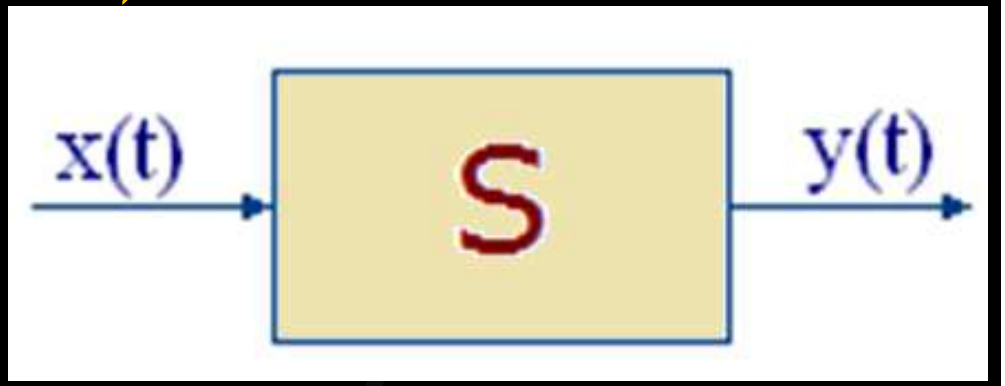
- *com Equações de Diferenças* [caso discreto]
- *com Equações Diferenciais Ordinárias* (EDO) [caso contínuo]
- *com Equações Diferenciais Parciais* (EDP) [caso contínuo]
- *com Equações de Retardo* [caso contínuo]
- *com Tabelas* [caso discreto]
- *com Fluxogramas ou Gráfico de fluxos* [caso discreto ou contínuo]
- *com Equações Integrais* [caso contínuo]
- *com Equações Integro-Diferenciais* [caso contínuo]

Prof. Felipe de Souza

Equações Diferenciais Ordinárias (EDO)

Exemplos

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 4\frac{dy}{dt} - y = \frac{dx}{dt} + 3x$$



$$\frac{d^2y}{dt^2} + 6t\frac{dy}{dt} + y = \frac{dx}{dt} - (t-4)x$$

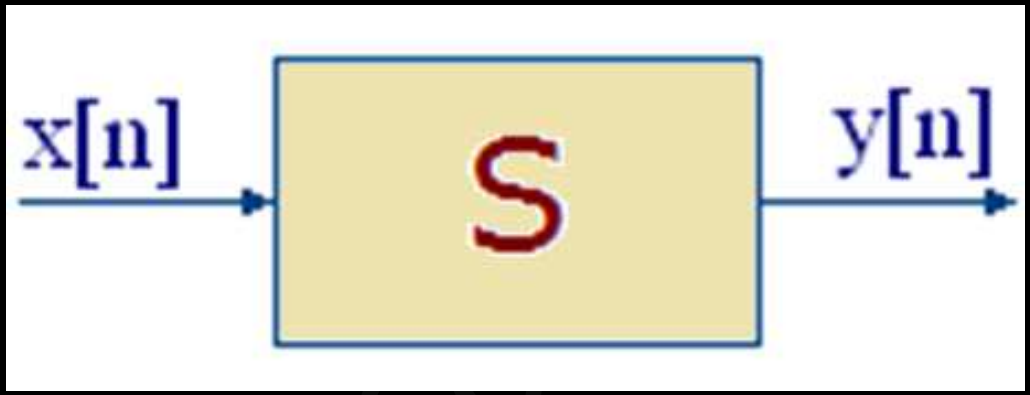
$$\frac{d^2y}{dt^2} + 5\frac{dy}{dt} + 2y = \frac{dx}{dt} - x(t+3)$$

$$3y'' - 2y' + y = x'x$$

$$10y'' + 2y' - y = e^x$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + x\frac{dy}{dt} + y = 0$$

Equações de Diferenças



Exemplos

$$y[n] + 7\,y[n-1] + 2\,y[n-2] = x[n] - 4\,x[n-1]$$

$$y[n] = -4\,x[n-1]$$

$$y[n] - 5n\,y[n-1] = x[n+1] - 2\,x[n]$$

$$y[n] = 2\left(x[n]\right)^2 - 4\,x[n]$$

$$y[n] = \sqrt[3]{|x[n]|^2}$$

Prof. Felippe de Souza

Equações Diferenciais Parciais (EDP)

Exemplos

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = k\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) =$$

$$= k\,(u_{xx} + u_{yy} + u_{zz})$$

'equação de onda'
("*wave equation*")

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) =$$

$$= k\,(u_{xx} + u_{yy} + u_{zz})$$

'equação de calor'
("*heat equation*")

Equações de Retardo

Exemplos

$$y(t) = x(t - \delta)$$

$$y'(t) + y(t) - 3y(t - \tau) = x(t)$$

$$y[n] = 5\,x[n - n_\delta]$$

Equações Algébricas

Exemplos

$$y(t) = 2\,x(t) - 5$$

$$y(t) = -x^2(t) + 2x(t)$$

$$y[n] = x^3[n] + 5x^2[n] + 6x[n]$$

$$y[n] = \cos(x[n]) + 0{,}5$$

Prof. Eduardo Souza

Exemplos diversos (EDO)

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 4\frac{dy}{dt} - y = \frac{dx}{dt} + 3x$$

sistema contínuo e linear

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 6t\frac{dy}{dt} + y = \frac{dx}{dt} - (t-4)x$$

sistema contínuo e linear

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 5\frac{dy}{dt} + 2y = \frac{dx}{dt} - x(t+3)$$

sistema contínuo e linear

$$3y'' - 2y' + y = x'x$$

sistema contínuo e não linear

$$10y'' + 2y' - y = e^x$$

sistema contínuo e não linear

$$\frac{d^2y}{dt^2} + x\frac{dy}{dt} + y = 0$$

sistema contínuo e não linear

Prof. Filipe de Souza

Exemplos diversos (Equações de diferença)

$$y[n] + 7\,y[n-1] + 2\,y[n-2] = x[n] - 4\,x[n-1]$$

sistema discreto e linear

$$y[n] = -4\,x[n-1]$$

sistema discreto e linear

$$y[n] - 5n\,y[n-1] = x[n+1] - 2\,x[n]$$

sistema discreto e linear

$$y[n] = 2\,(x[n])^2 - 4\,x[n]$$

sistema discreto e não linear

$$y[n] = \sqrt[3]{|x[n]|^2}$$

sistema discreto e não linear

Prof. Felipe de Souza

Exemplos diversos (EDP)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = k\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) =$$

$$= k\,(u_{xx} + u_{yy} + u_{zz})$$

'equação de onda'
("*wave equation*")

sistema contínuo e linear

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) =$$

$$= k\,(u_{xx} + u_{yy} + u_{zz})$$

'equação de calor'
("*heat equation*")

sistema contínuo e linear

Exemplos diversos (Equações com retardo)

$$y(t) = x(t - \delta)$$ sistema contínuo e linear

$$y'(t) + y(t) - 3y(t - \tau) = x(t)$$ sistema contínuo e linear

$$y[n] = 5\,x[n - n_\delta]$$ sistema discreto e linear

Exemplos diversos (Equações algébricas)

$$y(t) = 2\,x(t) - 7$$ sistema contínuo e não linear

$$y(t) = -x^2(t) - 2x(t) + 3$$ sistema contínuo e não linear

$$y[n] = -2x[n]$$ sistema discreto e linear

$$y[n] = 1 - \cos(2\pi \cdot x[n])$$ sistema discreto e não linear

Prof. Filipe de Souza

Classificação de Sistemas
(*continuação*)

Prof. Felippe de Souza

Classificação de Sistemas

Variância no tempo

- variantes no tempo
- invariantes no tempo

Um sistema *invariante no tempo* é aquele que não importa quando a entrada é aplicada.

Qualquer sinal de entrada $x(t)$ irá sempre apresentar o mesmo sinal de saída $y(t)$, seja esta entrada aplicada agora ou depois.

Na realidade, nenhum sistema é *invariante no tempo*, mas na prática consideramos como *invariante no tempo* muitos sistemas cuja variação no tempo é muito lenta.

Classificação de Sistemas

Exemplos (Variância/Invariância no tempo)

$$y[n] + 7y[n-1] + 2y[n-2] = x[n] - 4x[n-1]$$

sistema invariante no tempo

$$y[n] = -4x[n-1]$$

sistema invariante no tempo

$$y[n] = 2(x[n])^2 - 3n\,x[n]$$

sistema variante no tempo

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 4\frac{dy}{dt} - y = \frac{dx}{dt} + 3x$$

sistema invariante no tempo

$$\frac{d^2y}{dt^2} + x\frac{dy}{dt} + ty = 0$$

sistema variante no tempo

$$3y'' - 2y' + y = x'x$$

sistema invariante no tempo

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 5\frac{dy}{dt} + 2y = \frac{dx}{dt} - x(t+3)$$

sistema invariante no tempo

Variância no tempo

Exemplos

$$y[n] - 5n\,y[n-1] = x[n+1] - 2x[n]$$

sistema variante no tempo

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 6t\frac{dy}{dt} + y = \frac{dx}{dt} - (t-4)x$$

sistema variante no tempo

SLIT - Sistemas lineares e Invariantes no tempo

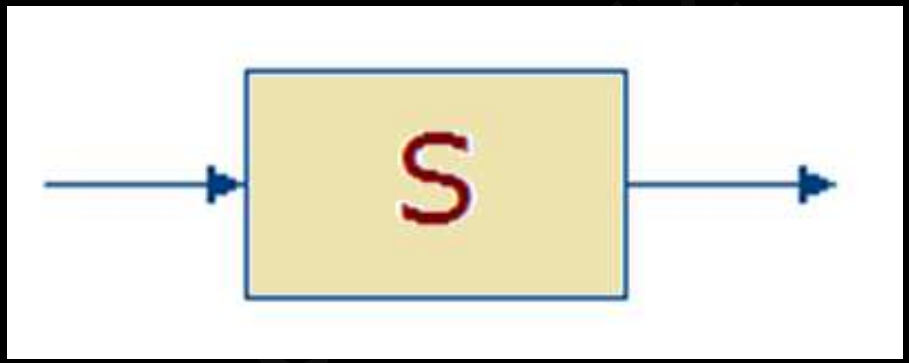
(*LTI systems*)

Prof. Fe de Souza

Classificação de Sistemas

Natureza aleatória

- determinísticos
- estocásticos



Um sistema *determinístico* é aquele que não sofre a influência de nenhuma perturbação aleatória, ou seja, não tem incerteza.

O sinal de saída $y(t)$ para um sinal de entrada $x(t)$ pode ser calculado (ou "*determinado*") com precisão quando se conhece o modelo do sistema.

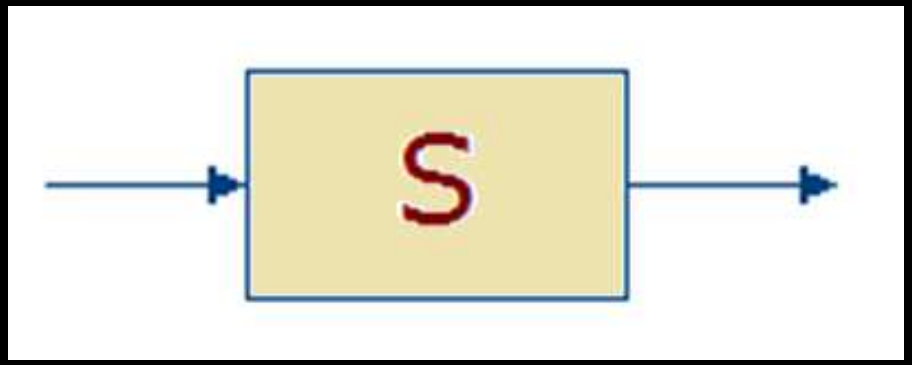
Na realidade, nenhum sistema é inteiramente *determinístico*.

Todos os sistemas têm algum tipo de incerteza ou carácter aleatório e portanto chamados de *estocásticos*.

Prof. Felipe Souza

Classificação de Sistemas

Memória



- sem memória
- com memória

Um sistema *sem memória* é aquele que: se o seu sinal de saída no instante t_1 depende apenas do sinal de entrada daquele instante t_1.

$$y[n] = 2(x[n])^2 - 4x[n]$$ sistema sem memória

$$y(t) = -x^2(t) - 2x(t) + 3$$ sistema sem memória

pois a saída $y[n]$, ou $y(t)$, depende da entrada $x[n]$, ou $x(t)$, apenas naqueles instantes de tempo ('t' ou 'n').

Prof. Filippo de Souza

Classificação de Sistemas

Memória

Exemplos

$$y[n] = \sqrt[3]{|x[n]|^2}$$ sistema sem memória

$$y(t) = 2\,x(t) - 7$$ sistema sem memória

$$y[n] = -2x[n]$$ sistema sem memória

$$y[n] = 1 - \cos(2\pi \cdot x[n])$$ sistema sem memória

Prof. Filippe de Souza

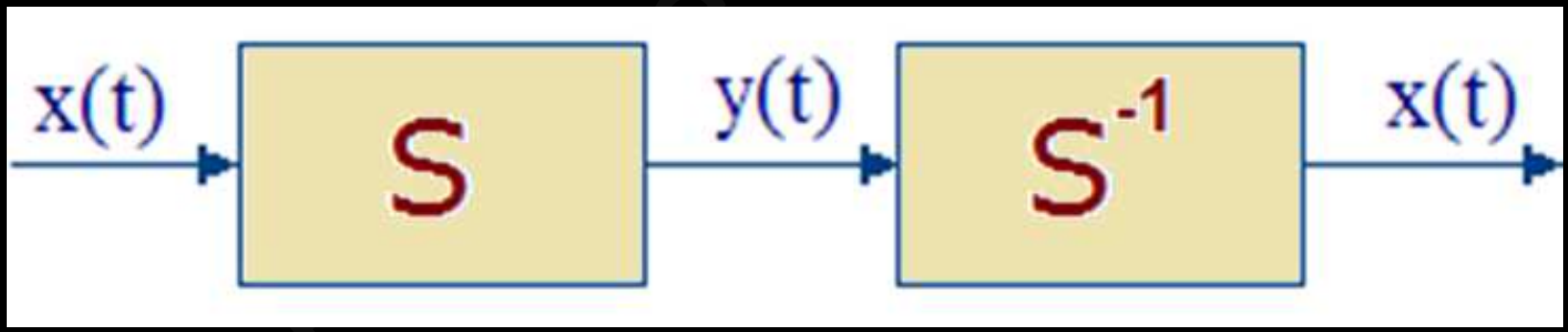
Classificação de Sistemas

Inversibilidade

- inversíveis
- não inversíveis

Um sistema é ***inversível*** se *entradas* distintas levam a *saídas* distintas.

Se um sistema é inversível, então é possível achar um sistema inverso S^{-1} para o qual a *entrada* $y[n]$, ou $y(t)$, produz a *saída* $x[n]$, ou $x(t)$, respectivamente.



Exemplos

$$y(t) = 2\,x(t) - 7$$ sistema inversível

$$y[n] = -2x[n]$$ sistema inversível

Inversibilidade

caso contínuo

sistema com retardo ("*time delay equation*")

$$y(t) = x(t - \delta)$$

a *saída* $y(t)$ reproduz a *entrada* $x(t)$ com um atraso de δ unidades de tempo

sistema em avanço ("*time advance equation*")

$$x(t) = y(t + \delta)$$

o sinal de *saída* $x(t)$ reproduz o que será o sinal de *entrada* $y(t)$ em δ unidades de tempo depois.

sistema com retardo e sistema em avanço são sistemas inversíveis e um é o inverso do outro

Prof. Filippe de Souza

Inversibilidade

caso discreto

sistema com retardo ("*time delay equation*")

$$y[n] = x[n - n_\delta]$$

a *saída* $y[n]$ reproduz a *entrada* $x[n]$ com um atraso de δ unidades de tempo.

sistema em avanço ("*time advance equation*")

$$x[n] = y[n + n_\delta]$$

o sinal de *saída* $x[n]$ reproduz o que será o sinal de *entrada* $y[n]$ em δ unidades de tempo depois.

sistema com retardo e sistema em avanço são sistemas inversíveis e um é o inverso do outro

Prof. Felipe de Souza

Inversibilidade

$$y(t) = 2\,x(t) - 7 \qquad\qquad y[n] = -2\,x[n]$$

Nestes sistemas acima cada sinal de *entrada* x produz um sinal de *saída* y exclusiva, diferente da *saída* de qualquer outra *entrada*.

Por isso o sinal de *entrada* x pode ser expresso em termos do sinal de *saída* y como:

$$x(t) = \tfrac{1}{2}\,(y(t) + 7) \qquad\qquad x[n] = -\,y[n]/2$$

Prof. Felippe de Souza

Classificação de Sistemas

Causalidade

- causais (ou **não** antecipativos)
- não causais (ou antecipativos)

Um sistema é chamado *causal* (ou *não antecipativo*) se a *saída* no instante t_1 depende da *entrada* apenas nos instantes $t < t_1$.

se a *saída* no instante t_1 dependesse da *entrada* em instantes $t > t_1$ então este sistema anteciparia o que ia acontecer e portanto seria "*antecipativo*" ou *não causal*.

No nosso mundo físico real, se a variável 't' (ou 'n' no caso discreto) representa o tempo, então tem uma dinâmica que evolui no tempo e portanto não é possível se ter um sistema '*não causal*' pois não é possível se prever o futuro.

Entretanto, há casos que a esta variável 't' (ou 'n' no caso discreto) pode representar outro parâmetro ou uma outra grandeza física (que não seja o tempo) e desta forma já é possível ocorrer sistemas causais.

Prof. Felippe de Souza

Resumindo:

Classificação de Sistemas

- Natureza física
- Continuidade no Tempo
- Linearidade
- Variância no tempo
- Natureza aleatória
- Memória
- Inversibilidade
- Causalidade

Sistemas lineares e Invariantes no tempo (SLIT)

Linear time invariant systems (LTI systems)

Prof. Felippe de Souza

Sistemas lineares e Invariantes no tempo (SLIT)

Linear time invariant systems (LTI systems)

h(t) *"reposta impulsional"*

h[n] *"reposta impulsional"*

Sistemas lineares e Invariantes no tempo (SLIT)

$$y(t) = h(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t-\tau) \cdot x(\tau) \cdot d\tau$$

integral de convolução

caso contínuo

$$y[n] = h[n] * x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[n-k] \cdot x[k]$$

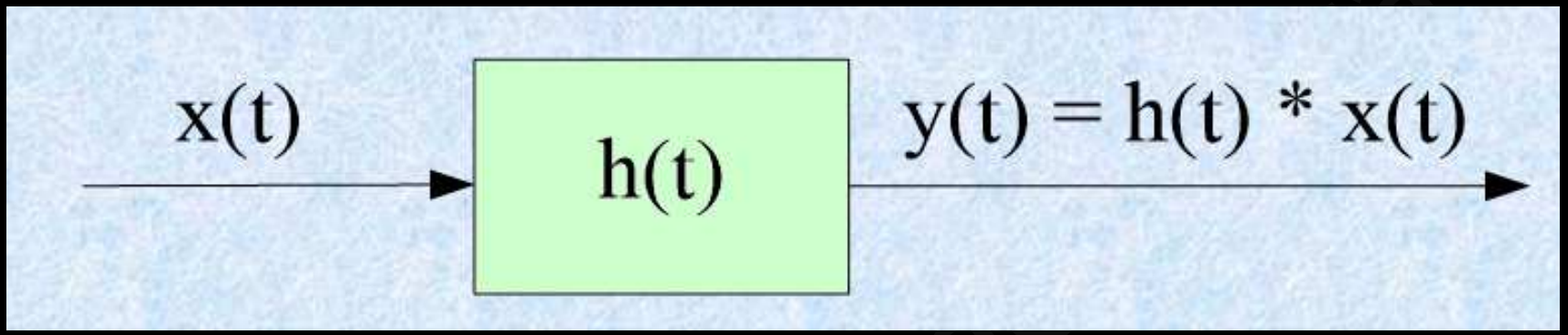
soma de convolução

caso discreto

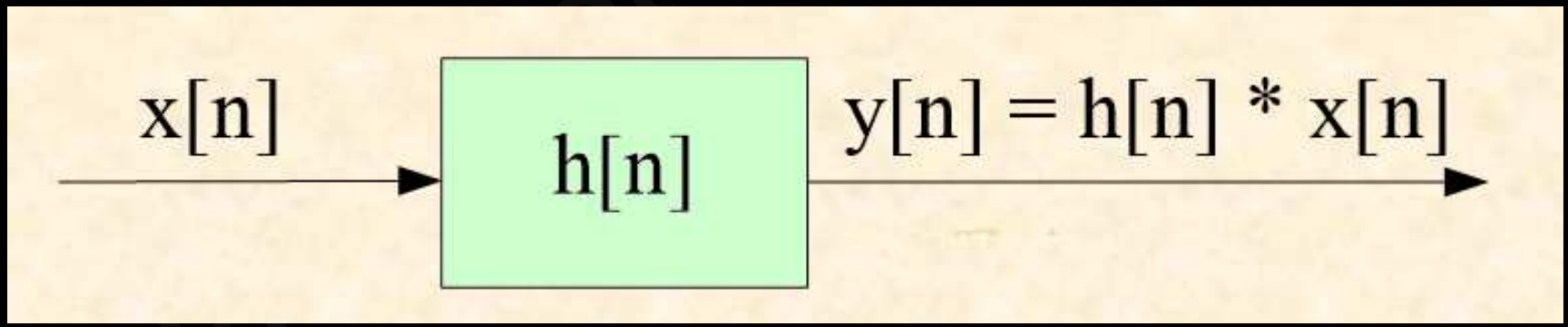
Prof. Filippe de Souza

Sistemas lineares e Invariantes no tempo (SLIT)

caso contínuo



caso discreto



Propriedades da Convolução

- Comutativa
- Distributiva
- Associativa

Comutativa:

$$h[n] * x[n] = x[n] * h[n] \qquad h(t) * x(t) = x(t) * h(t)$$

Distributiva:

$$\left(h_1[n] + h_2[n] \right) * x[n] = h_1[n] * x[n] + h_2[n] * x[n]$$

$$\left(h_1(t) + h_2(t) \right) * x(t) = h_1(t) * x(t) + h_2(t) * x(t)$$

Associativa:

$$\left(h_1[n] * h_2[n] \right) * x[n] = h_1[n] * \left(h_2[n] * x[n] \right)$$

$$\left(h_1(t) * h_2(t) \right) * x(t) = h_1(t) * \left(h_2(t) * x(t) \right)$$

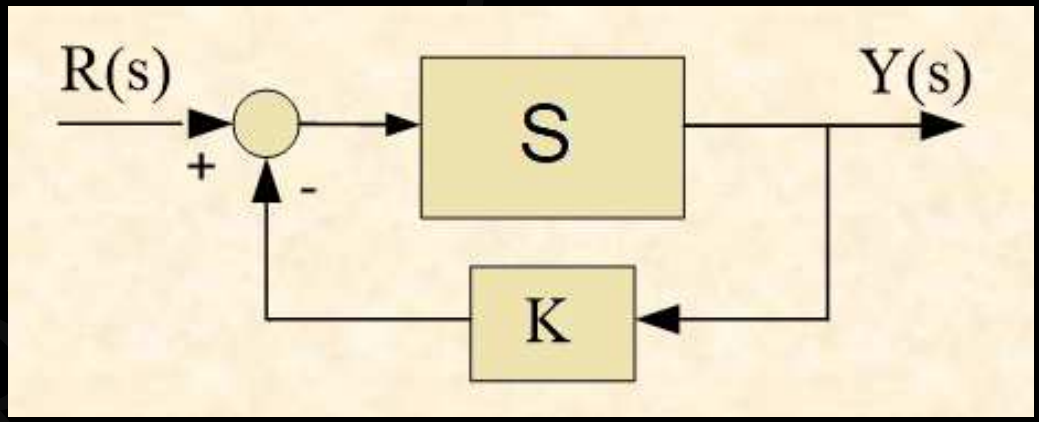
A Teoria de Sistemas estuda ainda muitos outros *tópicos*, assim como outros *tipos de sistemas* que só serão estudados no curso de Mestrado

Prof. Felippe de Souza

Teoria de Sistemas

Alguns *tópicos* adicionais que são estudados em Teoria de Sistemas

- *Modelização ('modeling')*
- *Identificação de parâmetros*
- *Controlo de sistemas*
- *Optimização*
- *Simulação*
- *Realimentação ('feedback')*
- *Estimação de estado*
- *Estabilidade*
- *Sistemas robustos*
- *Sistemas tolerantes à falhas*
- *Processamento paralelo ou distribuído*
- *Sistemas 'fuzzy'*
- *Sistemas inteligentes*



(nem todos estes tópicos serão vistos nesta disciplina)

Prof. Felipe Souza

Sistemas Inteligentes

Aqui abaixo mencionamos alguns tópicos que são normalmente estudados em outra área de sistemas, os "Sistemas Inteligentes":

- o *reconhecimento de coisas e objetos*
- o *reconhecimento de pessoas*
- tarefas do nosso dia a dia como: *caminhar*, *falar*, *ler*, *escrever*, *subir e descer escadas*, *lembrar de nomes*, *factos ou coisas*, *conduzir (um veículo)*, *identificar uma placa de trânsito*, *cozinhar*, *costurar*, etc. etc.
- tarefas como: *cantar*, *dançar*, *tocar um instrumento*, *compor*, *redigir um texto*, *pintar um quadro*, ou *outras actividades que envolvem* ***arte***.

(*estes tópicos acima não serão vistos nesta disciplina*)

Prof Felipe de Souza

Departamento de
Engenharia Eletromecânica

Obrigado!

Felippe de Souza

felippe@ubi.pt

Prof. Felippe de Souza